

EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO: FILOGÉNESIS Y ONTOGÉNESIS

Resumen: El aprendizaje del número es el inicio del conocimiento matemático formal, en ello radica la importancia de revisar detenidamente su aprendizaje y su enseñanza desde dos ámbitos: en los grupos humanos primitivos y en cada persona. Este documento muestra ambos procesos fundamentándose en diversos descubrimientos de investigadores y en aportes teóricos que van fundamentando el desarrollo del texto; de manera que se analice la complejidad de una sociedad y de un ser humano para llegar a construir un complejo concepto matemático: el número.

Palabras clave: número, principios de conteo, el aprendizaje del número.

THE LEARNING OF THE NUMBER: PHYLOGENESIS AND ONTOGENESIS

Abstract: The learning of the number is the beginning of the formal mathematical knowledge, it is there, where the importance of revising thoroughly its learning and its teaching from both perspectives centers; in the primitive human groups and in each person. This document shows both procedures based in several findings from researchers and theoretical contributions that are building the development of the text in such way that the complexity of a society and a human being is analyzed in order to build a complex mathematical concept: the number.

Key words: number, counting principles, the learning of the number.

Forma de citar: Cárdenas, T. (2016) “El aprendizaje del número: filogénesis y ontogénesis”. *Voces de la Educación* 1 (1) pp. 24 – 39.

Teresita de Jesús Cárdenas Aguilar: Coordinadora Académica del Centro de Investigación e Innovación para el Desarrollo Educativo “Nuevo Valle” Durango, México

Correo Electrónico: tecade21@hotmail.com

Fecha recepción: 4 de febrero **Fecha aceptación:** 10 de febrero

EL APRENDIZAJE DEL NÚMERO: FILOGÉNESIS Y ONTOGÉNESIS

¿Y las matemáticas? Acercarse al conocimiento o a la enseñanza de las matemáticas pone en alerta a las personas pues existe la creencia de que los conocimientos matemáticos son difíciles, casi inalcanzables, por lo que atemorizan o son rechazados por los alumnos y por algunos maestros; sin embargo cuando se atiende a las posibilidades de aprendizaje de cada estudiante y se encuentran las estrategias y los materiales adecuados, los estudiantes aprenden en la medida en que resuelven las situaciones problemáticas o los juegos que se les van presentando. Pero ¿para qué sirve el aprendizaje matemático? El trabajo con las matemáticas desarrolla procesos de razonamiento que progresivamente van permitiendo el análisis, la síntesis, la comparación, la simbolización, la representación, la clasificación y todo un proceso de pensamiento que promueve habilidades mentales favorables para el análisis de la vida cotidiana y la resolución de problemas.

En el Estado mexicano, la enseñanza de las matemáticas se ha integrado a los currículos oficiales desde los primeros años de escolarización haciendo referencia a su importancia:

- El Programa de Estudios de Educación Preescolar (1972) manifestaba que “Las matemáticas son uno de los instrumentos más poderosos que ha creado el hombre para formalizar su pensamiento. Desde este punto de vista, desempeñan funciones de registro, comunicación, explicación y descubrimiento. Su tendencia hacia la abstracción y la generalización, las convierte en un instrumento de globalización y universalización del pensamiento, por lo tanto le sirven al hombre para explicar situaciones de una gran diversidad... debe fomentar en el educando la capacidad de formalizar con precisión : es decir, la capacidad de razonar, y así mismo la capacidad de aplicar su razonamiento a situaciones realidades o hipotéticas de las cuales puedan derivarse a su vez conclusiones prácticas y otras formalizaciones” (Secretaría de Educación Pública, 1972. p.4).
- “El desarrollo del pensamiento matemático inicia en preescolar y su finalidad es que los niños usen los principios de conteo, y se inicien en la solución de problemas y en la aplicación de estrategias que implican agregar, reunir, igualar y comparar colecciones... Busca despertar el interés de los alumnos, desde la escuela y a edades tempranas, hasta las carreras ingenieriles” (Acuerdo 592 en SEP, 2011. p. 41).
- El Programa de Preescolar 2011 plantea que: “Al ingresar a la escuela, las niñas y los niños tienen conocimientos, creencias y suposiciones sobre el mundo que les rodea... y han desarrollado con diferente grado de avance, competencias que serán esenciales para su desenvolvimiento” (Secretaría de Educación del Estado de Durango, 2011b. p. 20).

Ante tales circunstancias resulta de gran importancia analizar el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas desde sus orígenes; es por ello que este documento analiza al número como el punto inicial de las matemáticas y para ello se centra en una concepción

ontológica del conocimiento, fundamentándose en Piaget quien afirmó que el desarrollo de la cognición se basaba en la ontogénesis (desarrollo del conocimiento en un individuo) y en la filogénesis (desarrollo del conocimiento desde los grupos humanos primitivos), mismas que se encuentran entrelazadas (Ibarra, 1998), ya que las etapas de desarrollo siguen la misma secuencia y afirmando que la acumulación de conocimiento científico a lo largo de los siglos era un reflejo de la “progresiva comprensión humana” y creyó que los “avances infantiles a través de una serie de etapas evolutivas parecidas refleja una recapitulación de dicha evolución intelectual” (Morss, 1990; como se menciona en Hernández, Bering & Bjorklund, 2003p. 274).

En este caso se analiza cómo el surgimiento del número en el hombre primitivo tiene características semejantes con los inicios del aprendizaje del número en los niños pequeños y para argumentarlo fue necesaria una revisión documental para luego integrar el texto que quedó en cuatro apartados; el primero se orientó a analizar definiciones y el concepto de número, el segundo al origen del número en el hombre primitivo, el tercero al origen del número en el conocimiento infantil y posteriormente se realiza una comparación entre ambos procesos.

De acuerdo a López (S.f.) existen tres teorías psicológicas que fundamentan la didáctica del número: el conductismo, el cognitivismo y las teorías basadas en el recuento.

Las teorías conductistas dieron origen a las primeras investigaciones orientadas a mostrar cómo debía enseñarse los conceptos numéricos a través de la “psicología de la aritmética” planteada por Thorndike en 1922, quien proponía el método de la repetición y el aprendizaje mecánico de pasos para lograr procesos de cálculo con automatismo, de manera que el pensamiento quedara libre para resolver los problemas planteados y para realizar las operaciones matemáticas necesarias con rapidez y exactitud. Se consideraba que el automatismo se lograba más fácilmente en la infancia, que se adquiría al ver y oír al maestro, o a través del ritmo (por ejemplo cantar en coro con los compañeros las tablas de multiplicar), requería del deseo para adquirir el automatismo y del interés por lograr el resultado del problema matemático (Gómez, s.f.).

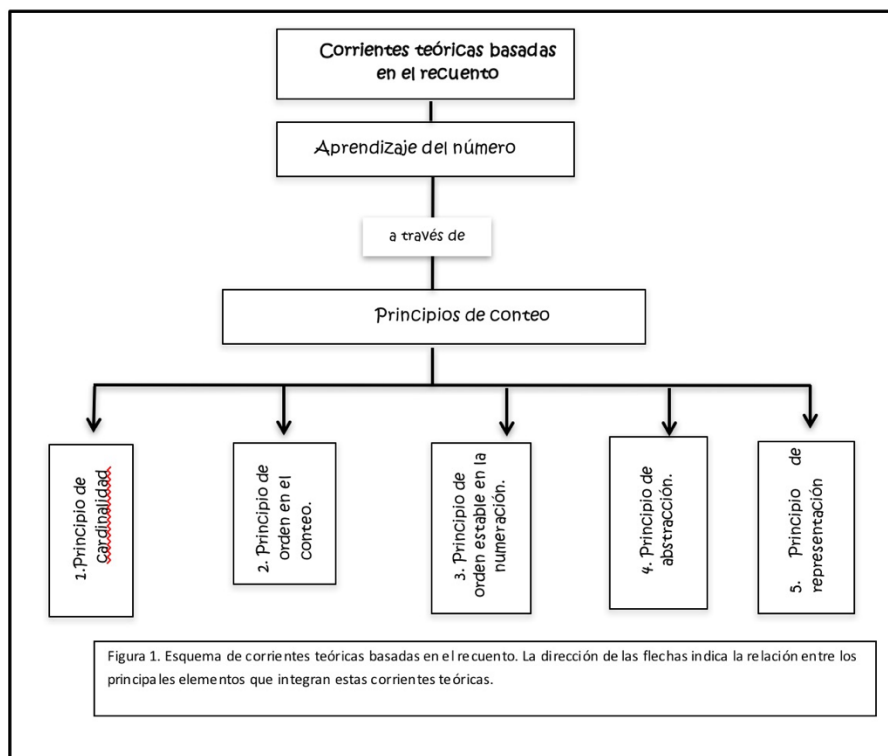
Las teorías cognitivas surgidas en los años 60’s propuestas principalmente por J. Piaget, se caracterizan por proponer diversas etapas que se dan en el niño para la construcción del número, López (s.f.) menciona cuatro etapas:

- Primera fase: los niños aprenden el número a través de dos operaciones lógicas: la inclusión de clases (clasificación) y las relaciones aritméticas (seriaciones), las cuales son previas al aprendizaje del número. De las clasificaciones surge la cardinalidad del número y de las seriaciones la ordinalidad.
- Segunda fase: se refiere a la conservación de la cantidad la cual permite la percepción de las diversas disposiciones de un conjunto primero a través de cuantificadores como: muchos, pocos, más que/menos que, todo/nada, algunos/varios. En seguida se relaciona la conservación de la cantidad con la correspondencia uno a uno hasta lograr el valor cardinal de un conjunto.
- Tercera fase: se trata de la coordinación del aspecto cardinal con el aspecto ordinal, a partir de lo cual los niños son capaces de ordenar conjuntos en forma ascendente y descendente después de comparar su cardinalidad.
- Cuarta fase: en esta fase se logra la aplicación del número, composición y descomposición de números y la resolución de sumas y restas sencillas.

Las corrientes teóricas basadas en el recuento plantean que esta es una actividad que realizan los niños en su vida cotidiana y desde edades tempranas al aprender la secuencia numérica en su medio social ejercitando su recitado (López, s.f.). Piaget no lo consideró importante aunque pudo observar que algunos niños ya eran capaces de cuantificar conjunto pequeños antes de desarrollar los fundamentos lógicos del número. Los orígenes de estas teorías se localizan en los años 70's (ibídem) predominantemente presentadas por Gelman y Gallistel (1978), Fuson, Richards y Briars (1982) y Clements y Callahan (1983, 1984).

López (s.f.) presenta diversos principios para la enseñanza del número a través del recuento en los niños: principio uno a uno, principio de orden estable, principio de cardinalidad, principio de abstracción y principio de orden irrelevante. Por otro lado Nunés y Bryan (2003) mencionan tres principios para la enseñanza del número a través del conteo: principio de correspondencia biunívoca, principio de orden contante y principio de cardinalidad. Mientras que Vergnaud propone que el número se aprende mediante nociones como las de: "función, correspondencia biunívoca, relación de equivalencia y relación de orden" (Vergnaud, 1991. p.101). por otro lado, López (s.f.) menciona que las teorías basadas en el recuento proponen que el niño logra el recuento a través de varios principios como: el principio uno a uno, el principio de orden estable, el principio cardinal, el principio de abstracción y el principio de orden irrelevante.

Es necesario aclarar que el presente documento se fundamenta en estas teorías y que se retoman como principios necesarios para la enseñanza del número a través del conteo los principios de: cardinalidad, orden en el conteo, orden estable en la numeración, abstracción y representación.



¿Qué es el número?

El número tiene múltiples definiciones:

- Un número es multiplicidad de unidades (Euclides como se menciona en Garcíadiego, 2006. P. 7).
- La unidad es un número (Stevin, s.f. como se menciona en Garcíadiego, 2006. P. 8).
- El número es un hecho científico ya que se considera “un hecho tamizado por la razón que le hace perder su carácter individual y subjetivo para darle un rango social y objetivo” (Garcíadiego, 2006. P. 1).

En este documento se considera al número como una noción, como un concepto que surge cuando se hace necesario cuantificar, que se va construyendo en un proceso de conceptualización, el número no es la representación escrita, ya que incluye a una serie de operaciones mentales como la comparación, la inclusión la transitividad o la reversibilidad. Estas operaciones permiten transitar del “plano de los objetos al de los conjuntos... del plano de los conjuntos al de los cardinales, la medida o la actividad de contar... del plano de los cardinales al de las representaciones escritas, la escritura” (Vergnaud, 1991. P. 137). El número implica manejar habilidades como: utilizar los números para contar, para representar cantidades, para identificar y representa numerales y para resolver problemas matemáticos (Instituto Nacional para la Evaluación Educativa, 2008).

El proceso del número en el hombre primitivo

Rastreando el origen de las matemáticas puede mencionarse que aunque el origen el hombre es un enigma, es “casi seguro que, hacia el año 40 000 a.C. (hombre de neandertal), el hombre comenzó a pensar, adquiere conciencia del medio en el que vive y tiene que procurar su supervivencia.

Las matemáticas surgieron en los seres humanos a partir de la necesidad de contar y esta necesidad provocó que se creara el número. Diversos autores hacen referencia a hechos históricos que lo confirman.

Garcíadiego (2006) afirma que desde el primer homínido que apareció erguido, hace cuatro millones de años, surgió la necesidad de contar y con ello nació la idea del “uno”, a esto se une el comentario de Collete (1998), quien afirma que como resultado de excavaciones arqueológicas y de investigaciones de antropólogos y etnólogos puede afirmarse que poseía ya una idea de número.

Con estas aportaciones, Collete (1998) propone un proceso de desarrollo del número en el hombre primitivo que va desde la comparación entre la unidad y la pluralidad hasta la creación de sistemas de numeración con representaciones verbales y escritas.

a) Comparación entre unidad y pluralidad.

Antes de que existiera un lenguaje verbal, el hombre primitivo observaba en la naturaleza “fenómenos cuantitativos: un árbol y un bosque, una piedra y un montón de piedras, un lobo y una manada de lobos, etc.” (Collete, 1985. P. 6); así surgió en el hombre primitivo la comparación entre unidad y pluralidad.

b) Noción de dos.

A la comparación de unidad y pluralidad le siguió la noción de par: dos manos, dos ojos, dos pies, etc. Según Collete de esta observación surge la “correspondencia biunívoca”.

c) El objeto permanente.

Otra observación importante fue el hecho de considerar a un objeto como el centro, “el blanco de atención del hombre primitivo” (ibidem). El objeto existe cuando está a la vista y la desaparición del objeto conduce a la pérdida del estímulo y, por tanto a la ausencia del número; por tanto el recuerdo de un objeto hace referencia a la forma de la imagen, pero no a la idea del número.

d) Comparación objeto-signo.

A continuación siguió la idea de comparación, la cual consiste en que el hombre primitivo asocia a cada objeto observado un signo, una cosa que le sea familiar hasta llegar a “asociar a una colección de objetos observados, un grupo de signos o de cosas” (ibidem), de manera que se logra la “correspondencia biunívoca entre el conjunto de objetos y el conjunto de signos. Esto se manifiesta en algunos individuos o en algunas tribus en la época primitiva, quienes para marcar cantidades utilizan: rallas en madera, en huesos o en arena; un montón de guijarros o de cocos; o bien la mano o las partes del cuerpo, etc.

Algunas de estas tribus empezaron a organizar sus procesos de conteo, primero asignando un símbolo o un objeto para representar cada elemento contado, esto se muestra en una serie de investigaciones en las que se ha venido reconociendo (Garcíadiego, 2006 y Collete, 1998), que el cálculo más antiguo es un hueso tallado de un lobo (descubrimiento realizado en Moravia, antigua Checoslovaquia) con una antigüedad de treinta mil años, en el cual pueden observarse en su superficie, cincuenta y siete muescas de forma vertical divididas en grupos de cinco en cinco. Otro ejemplo es el de la tribu sibiller de Nueva Guinea (Garcíadiego, 2006), quienes utilizaban los dedos de la mano para enumerar los cinco primeros números y otras partes del cuerpo para los siguientes.

Otras tribus fueron evolucionando al organizar su conteo a partir de una serie de dos números; como los indígenas del estrecho de Torres (conjunto de islas que separan a Australia de Nueva Guinea) quienes realizaban un conteo hasta 31 utilizando sólo dos números: el 1 denominado “netat” y el 2 “neis”; en ese momento el conteo se daba por duplicación, por ejemplo: neis netat que significa $2 + 1 = 3$, neis neis que significa $2 + 2 = 4$. Este conteo se acompañaba de movimientos que empiezan por el dedo meñique de la mano izquierda, siguen con los otros cuatro dedos, continúan con la muñeca y el codo, la axila, el hombro, la clavícula y el tórax; luego recomienzan en orden inverso y concluyen en el dedo meñique de la mano derecha; así al recordar el sitio de su cuerpo al que llegaba la cantidad de objetos contados, y principiando por el meñique izquierdo, encontrará el número de objetos que contó (Vera F., s.f.) .

Estos ejemplos demuestran lo que afirma Vera:

la mentalidad del salvaje... tiene un contenido de experiencias mucho más rico que el nuestro... formada por muchos datos y poca o ninguna reflexión,... no concibe más números que los que tienen una realidad concreta y los enuncia siempre en el

mismo orden, de modo que el número queda reducido al adjetivo calificativo de una cualidad atribuida a las impresiones sensoriales que le dan una categoría pragmática, utilitaria, biológica, hora de todo matiz abstracto y anterior, por consiguiente a la idea cuantitativa que supone una suma, es decir un número cardinal, lo que autoriza a decir que el número ordinal es, históricamente, anterior al cardinal, y es preciso que avance la civilización para que la cualidad y la cantidad se yuxtapongan en una misma síntesis mental y el último término de una sucesión ordenada coincida con la unidad en bloque de un conjunto de objetos, y los diferentes aspectos cualitativos, aislados unos de otros con esta unidad compleja, se convierten en elementos coexistentes, o sea: los números cardinales (Vera F., s.f. p. 65).

e) Numeración con lenguaje hablado o escrito.

De la enumeración de objetos el hombre primitivo pasó a la numeración con lenguaje articulado ya sea en forma oral o escrita; esto sucede, según plantea Collete (1985) cuando el hombre primitivo se convierte de proveedor a en productor o comerciante, ya que se hizo necesario poseer un sistema de números para contar y para vender sus productos.

En este punto la numeración presenta dos variantes según la tribu que la produce:

- El lenguaje de la tribu determina las palabras de carácter numérico.
- El medio en el cual se desarrolla la vida de la tribu determina el tipo de individuo y las necesidades específicas.

El aprendizaje del número en los niños de edad preescolar

La noción de número se inicia desde edades muy tempranas y constituye el inicio de los conceptos matemáticos, considerando que los números se utilizarán en todas las medidas: cantidad, tiempo, longitud, volumen, perímetro, capacidad de líquidos, peso, etc.

El primer acercamiento con el número se da en la familia cuando aprende a decir “uno, dos, etc”, pues los niños enuncian la serie numérica como una “recitación” o como una canción inicialmente sin sentido. Posteriormente, a medida que se pone en contacto con conjuntos de objetos y se hace necesario que los cuente, para lo cual se vale de “gestos manuales y movimientos de los ojos” para hacer corresponder la serie numérica con el conjunto de objetos que cuantifica.

Nunes y Brayant afirman que para contar “debemos respetar una serie de principios, ya que en caso contrario no estaremos contando, o en cualquier caso no estaríamos contando adecuadamente” (Nunes & Bryant, 2003. P. 36). La construcción del conteo se ha venido analizando con diferentes principios: principio de cardinalidad, orden en el conteo, orden estable en la numeración, abstracción y representación ((Nunes & Bryant, 2003; Bermejo 1991; Vergnaud, 1991 y López, s.f.)

a) Cardinalidad.

La cardinalidad se refiere a conocer el significado real de cada número, saber la cantidad de elementos que implica cada palabra numérica. Algunos autores también la

definen como el último número contado, siempre que se hayan contado todos y cada uno de los elementos sólo una vez y en el orden convencional. El desarrollo de la cardinalidad presenta los siguientes niveles:

Conductas tipo A. No realiza conteo de los elementos, no utiliza números. Su razonamiento sobre cantidad se expresa mediante: muchos, pocos, más que, menos que.

Conductas tipo B. El razonamiento al realizar el conteo no se basa en el número obtenido al contar. Se salta algunos objetos o los cuenta dos veces. No reconoce la cardinalidad de los números dígitos.

Conductas tipo C. Comprende que el último número nombrado es el que indica cuántos objetos tiene una colección, después de contar todos los elementos una sola vez y en el orden convencional. Identifica la cardinalidad de cada número dígito (del 1 al 9) y los utiliza para identificar la cantidad de elementos de una colección, para comparar conjuntos; además comprende esta cantidad varía sólo si se le agregan o se le quitan elementos.

b) Orden en el conteo.

El orden en el conteo se refiere a las habilidades para contar, este principio indica que el orden de conteo es irrelevante (Gelman y Gallistel, 1978, como se menciona en Bermejo 1991), este principio implica estar consciente de que (Bermejo, 1991):

- El ítem contado es una "cosa" y no un "1" o un "2" (principio de abstracción).
- Que las etiquetas durante el conteo son asignadas de modo arbitrario y temporal a los objetos.
- Que se obtiene el mismo cardinal independientemente del orden de conteo de los elementos en una colección.

El orden en el principio de conteo se refiere a que al contar no se salte algunos objetos, que no se utilice un numeral de manera a priori, sin contar los objetos; este principio se logra cuando se llega a contar ordenadamente, asignando un numeral a cada objeto ordenado en una serie, de manera que se logra la comprensión del significado ordinal de los elementos en una secuencia de conteo y se logra establecer la relación de éstos con el orden de la serie numérica (Bermejo, 1991).

En el principio de orden en el conteo pueden identificarse diversas conductas como:

Conductas tipo A. No utiliza el conteo para identificar el número de objetos en un conjunto. Cuenta algunos objetos dos veces o se salta algunos en el proceso de conteo.

Conductas tipo B. Cuenta todos los objetos y cuenta cada uno sólo una vez. Establece un orden para contar los elementos, pero considera que el orden en que los cuente influye para determinar cuántos objetos tiene la colección.

Conductas tipo C. Cuenta todos los objetos y cuenta cada uno sólo una vez. Establece un orden para contar los elementos y reconoce que el orden en que los cuente no influye para determinar cuántos objetos tiene la colección.

c) Orden estable en la numeración.

La noción de orden surge desde edades muy tempranas cuando los niños hacen comparaciones sobre quién es el más grande (comparando dos personas o dos conjuntos), el

más amable, cuál es el más delicioso, etc.; así se produce una relación de orden entre dos elementos (Vergnaud, 1991).

Estas comparaciones que los niños realizan van evolucionando desde comparar las características de los objetos hasta comparar conjuntos, centrando la atención en la cantidad de elementos que los integran. Por tanto, al analizar el aprendizaje del número, la relación de orden se introduce al trabajar con los cardinales en los conjuntos de objetos; en este caso de objetos aislables y sólidos en los llamados “conjuntos discretos”, es decir, conjuntos que poseen elementos indivisibles que se cuantifican a partir de unidades completas.

El trabajar con el orden estable en el aprendizaje del número remite a la serie de números que se presentan con un orden que no varía ya que se atiende a reglas del propio sistema de numeración en el que se inserta la serie numérica. En el sistema de numeración que utilizamos (sistema decimal), la serie de números se estructuró con la regla +1 para la serie planteada en forma ascendente y -1 para la serie en forma descendente; de manera que el número mayor subsecuente a cualquier número dado siempre poseerá una unidad más y el menor, anterior a cualquier número, una unidad menos. Por ejemplo: al 2 siempre se sigue el 3 y le precede el 1.

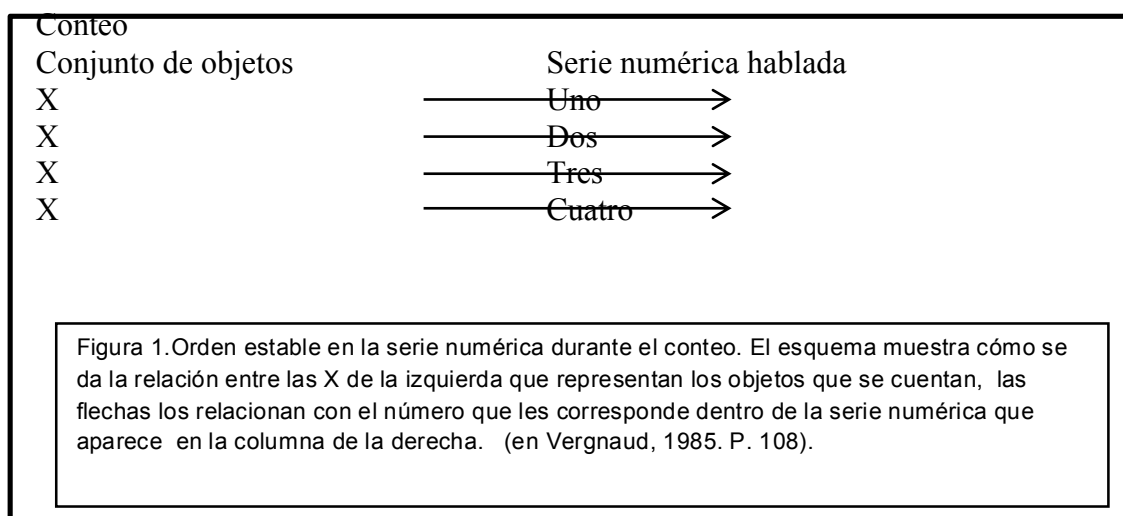
El orden estable se utiliza en el conteo para conocer los elementos que integran el conjunto y conocer su cardinalidad, de manera que el orden para contar es invariable y en el proceso de conteo se establece una correspondencia biunívoca entre un número de una serie numérica hablada y el objeto que se va contando en un conjunto (Figura 1).

Al evaluar el aspecto del orden estable en el aprendizaje del conteo se pueden observar diversas conductas en los niños:

Conductas tipo A. Omite o repite el nombre de algunos números (del 1 al 10) durante el proceso de conteo y/o no utiliza el orden convencional.

Conductas Tipo B. Al contar utiliza el nombre de todos los números, aunque no utiliza el orden convencional (del 1 al 10).

Conductas tipo C. Repite los nombre de los números siempre en el mismo orden cada vez; el orden de la serie numérica siempre es el mismo: 1, 2, 3... Utiliza el orden convencional.



d) Abstracción.

El principio de abstracción “determina los elementos que pueden ser contados, estableciendo que el conteo puede ser aplicado a cualquier colección de objetos reales o imaginarios” (Gelman y Gallistel, 1978, como se menciona en Bermejo, 1991. P. 36), por tanto este principio tiene diversas propiedades que lo caracterizan, es decir, la abstracción del número se refiere a identificar la característica que aglutina a los elementos de una colección, considerar como contables a colecciones intangibles y considerar como conjunto a colecciones heterogéneas.

En lo que se refiere a la manera en que un conjunto es considerado como tal, es decir: ¿cómo se aglutinan o reúnen los elementos de un conjunto? ¿qué los une?, Vergnaud lo explica afirmando: “un conjunto se define por su función característica o por la lista de sus elementos” (Vergnaud, 1991. P. 69); considerando como función característica a “la propiedad (o función lógica) que permite determinar si un elemento dado está en un conjunto o no” (ibídem).

Este autor menciona que para que un conjunto se integre es necesario que en sus elementos existan dos relaciones: la comprensión y la extensión.

- La comprensión se refiere al enunciado de la relación.
- La extensión es la lista de elementos que cumplen esa relación.

Ambos elementos forman parte de la actividad intelectual que consiste en incluir elementos en un conjunto (Vergnaud, 1985). Por ejemplo ante la pregunta ¿Cuántos cuadrados azules hay? será necesario buscar las propiedades que se solicitan en los objetos observados y agrupar los que tienen estas características en común, de esta manera se forma un conjunto homogéneo al diferenciarse de otros con propiedades distintas.

Respecto a considerar como conjunto a colecciones, esto se refiere a que para los niños de edad preescolar les resulta difícil razonar matemáticamente sobre conjuntos de elementos que no pueden percibir a través de sus sentidos, que no se ven o que no se pueden tocar.

En lo que se refiere a considerar como conjunto a colecciones heterogéneas, esto se refiere a que durante el conteo diversos elementos heterogéneos llegan a constituirse como conjunto a partir de una denominación que los incluye a todos, un término muy utilizado para este efecto es la palabra “cosas”.

Al aplicar el aspecto de abstracción en la evaluación del número es posible identificar en los niños conductas como:

Conductas Tipo A. Sólo logra contar conjuntos homogéneos (Bermejo, 1991) y tangibles, elementos que pueden ser tocados o señalados. (López, s.f.)

Conductas tipo B. Logra contar conjuntos heterogéneos denominándolos “cosas” (Bermejo, 1991), considera como unidades contables a representaciones figurales, imágenes visuales como fotografías o dibujos. Utiliza palabras numéricas (López, s.f.).

Conductas Tipo C. Considera cualquier colección de objetos puede ser contable: conjuntos homogéneos y heterogéneos, así como los elementos de objetos reales o imaginarios. (Bermejo, 1991). Utiliza un modelo de recuento para diversos elementos y situaciones (López, s.f.)

d) Representación.

Al estudiar el aprendizaje del número cabría preguntarse ¿qué es la representación? a lo cual se puede responder con las palabras de Vergnaud:

Para comprender la realidad y actuar sobre ella, el niño construye representaciones mentales de dicha realidad... algunas representaciones mentales son objetivables, en el sentido de que se pueden observar testimonios importantes en las producciones del sujeto (palabras pronunciadas, dibujos, gestos analógicos, operaciones hechas por el sujeto, etc.) (Vergnaud, 1991. P. 67).

Este autor menciona por tanto que las principales representaciones utilizadas en la enseñanza de las matemáticas son:

- Expresiones lingüísticas o enunciados del lenguaje natural.
- Esquemas en plano como: líneas, flechas, regiones de espacio, localización, etc.
- Expresiones algebraicas.

También agrega que el ejercicio intelectual de la representación que se propone en la enseñanza consiste en:

- Representar situaciones reales.
- Reconstruir situaciones reales a partir de la representación de ellas.
- Elaborar una representación en un sistema a partir de la representación en otro sistema.

Al aplicar estos conocimientos en el aprendizaje del número es posible identificar diversas conductas que los niños manifiestan cuando se enfrentan a la representación de cantidades:

Conductas tipo A. Utiliza objetos o símbolos propios como líneas, círculos, dibujos, etc. para representar cantidades (Vergnaud, 1985 y Programa de Preescolar 2011. P. 57).

Conductas Tipo B. Identifica los números en revistas, cuentos, recetas, anuncios publicitarios y conoce el uso de los números en algunas situaciones de la vida cotidiana. (Programa de Preescolar 2011. P. 57).

Conductas Tipo C. Utiliza los números dígitos (del 0 al 9) para representar cantidades con diversos propósitos, en diversas situaciones y entiende qué significan. (Programa de Preescolar 2011. P. 57).

Comparación entre la construcción del número en el hombre primitivo y el aprendizaje del número en el niño de edad preescolar.

En el presente apartado se describe, a través de una tabla (Tabla 1) la relación que se encontró entre el surgimiento del número en el hombre primitivo y el proceso de aprendizaje del número en los niños. La columna de la izquierda presenta los diversos aspectos del número que se tomaron en cuenta para la comparación. En la columna del centro se muestran las manifestaciones que diversos estudiosos del tema presentan como manifestaciones de los hombre primitivos en diversas regiones del mundo al acercarse a la creación del número y en la columna de la derecha se muestran las manifestaciones de los niños de edad preescolar que se han obtenido de diversas investigaciones. Es necesario

aclarare que el orden en el que se presentan los aspectos del número atiende al orden en el cual se manifiestan la creación del número en el hombre primitivo.

Tabla 1.

Comparación de la construcción del número: hombre primitivo y niños en edad preescolar.

Aspecto del número	Manifestaciones en el hombre primitivo	Manifestaciones en el niño de edad preescolar
1.Cardinalidad.	Comparación entre unidad y pluralidad	No realiza conteo de los elementos, no utiliza números. Su razonamiento sobre cantidad se expresa mediante: muchos, pocos, más que, menos que.
2.Correspondencia biunívoca.	Noción de dos, de pares en brazos, piernas, ojos, etc. Inicio de la correspondencia biunívoca.	Tratan de acercarse al tamaño del conjunto modelo, pero no cuentan las fichas para obtener dicho número. Su razonamiento se basa en la correspondencia uno a uno al comparar dos conjuntos.
3.Abstracción	El objeto existe cuando está a la vista y la desaparición del objeto conduce a la pérdida del estímulo y, por tanto a la ausencia del número; por tanto el recuerdo de un objeto hace referencia a la forma de la imagen, pero no a la idea del número	Sólo logra contar conjuntos homogéneos y reales (Bermejo, 1991), no logra contar conjuntos heterogéneos ni elementos de conjuntos abstractos o imaginarios.

Aspecto del número	Manifestaciones en el hombre primitivo	Manifestaciones en el niño de edad preescolar
---------------------------	---	--

4.Representación	Representación de colecciones	Asocia a cada objeto observado un signo, una cosas que le sea familiar hasta llegar a “asociar a una colección de objetos observados, un grupo de signos o de cosas” (Collete 1998), de manera que se logra la “correspondencia biunívoca entre el conjunto de objetos y el conjunto de signos.	Utiliza objetos o símbolos propios para representar cantidades (Programa de Preescolar 2011. P. 57).
	Representación	Numeración de objetos con lenguaje articulado ya sea en forma oral o escrita.	Utiliza los números dígitos (del 0 al 9) para representar cantidades con diversos propósitos, en diversas situaciones y entiende qué significan.
5.Serie de números convencional	de	Organizan su conteo a partir de una serie de dos números; este conteo se acompañaba de movimientos que empiezan por el dedo meñique de la mano izquierda, siguen con los otros cuatro dedos, continúan con la muñeca y el codo, la axila, el hombro, la clavícula y el tórax; luego recomienzan en orden inverso y concluyen en el dedo meñique de la mano derecha; así al recordar el sitio de su cuerpo al que llegaba la cantidad de objetos contados, y principiando por el meñique izquierdo, encontrará el número de objetos que contó	Establece un orden para contar los elementos y reconoce que el orden en que los cuente no influye para determinar cuántos objetos tiene la colección.

Conclusiones

- A manera de conclusiones puede mencionarse que:
- Como resultado de la comparación en el surgimiento de número en el hombre primitivo y en el niño de edad preescolar puede observarse que existe relación en los principios de conteo, pues en ambos pueden identificarse los mismos aspectos del número: cardinalidad, correspondencia biunívoca, abstracción, representación de colecciones, representación convencional y serie convencional de los números
 - Tanto en los niños como en los seres primitivos se da un proceso semejante de sucesión de etapas:
 - a) Surge la identificación de la unidad para en seguida hacer corresponder unidades en la comparación de colecciones,
 - b) Se pasa luego a la abstracción de manera que el objeto permanente se deja de lado para dar paso a la noción de cantidad, pues la cantidad no era ya una característica del objeto físico, sino una nueva concepción mental que surgía de relaciones abstractas entre los objetos.
 - c) En seguida se busca representar ese nuevo concepto valiéndose de múltiples medios como: símbolos escritos propios muy cercanos a la representación de las colecciones de los objetos.
 - d) Luego se pasa a formular denominaciones de los conjuntos con lenguaje oral que se empieza a compartir con los grupos sociales.
 - e) Posteriormente estos signos se organizan, se ordenan y se les dan representaciones escritas que el grupo social hace suyas construyendo así signos generalizados y ordenados para darle diversos usos en los intercambios de la comunidad y se constituyen así las bases para ingresar a un sistema de numeración (tanto en el niño como en los hombres primitivos).
 - Es importante hacer la observación de que las manifestaciones del hombre primitivo se identifican con las concepciones iniciales que tiene el niño en cada uno de los aspectos del número y que a medida que se enfrenta a situaciones matemáticas de conteo, representación, resolución de problemas, reflexión sobre cantidades, los conceptos van evolucionando hasta lograr niveles más altos de concepción y representación de cantidades.
 - Cabría hacer la observación de que el primer vestigio de representación de cantidades que se ha encontrado data de 40 mil años, estos 40 mil años de experiencia y creación matemática de los seres humanos se tienen que reconstruir en los niños durante los primeros 5 o 6 años de su vida para lograr atender a los requerimientos curriculares insertados en los programas de estudio vigentes.

Bibliografía

- Bermejo Fernández V. (1991). *Aprendiendo a contar. Su relevancia en la comprensión y fundamentación de los primeros conceptos matemáticos*. Madrid: Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia.
- Collete, J. P. (1998). *Historia de las matemáticas I*. México: Editorial Siglo XXI.
- Garciadiego Dantan, A. (2006). *Evaluación del concepto de número (desde sus orígenes hasta fines del siglo XVI)*. Consultado en <http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig2/gdiegoconceptonum2.pdf>
- Gómez Alfonso B. (s.f.). *Desarrollo histórico de la enseñanza de la aritmética: el caso de los algoritmos del cálculo*. Consultado en: <http://www.uv.es/gomezalb/12Desarrollohistoricode.pdf>
- Hernández-Blasi C., Bering J.M. & Bjorklund (2003). *Psicología Evolucionista del Desarrollo: contemplando la ontogénesis humana desde los ojos del evolucionismo*. Consultado en https://pserv.udg.edu/Portal/Uploads/3970371/p267_s.pdf
- Ibarra L. (1998). *Las dificultades de Jean Piaget para vincular el desarrollo ontogenético y filogenético del conocimiento*. Consultado en: <http://tesiuami.uam.mx/revistasuam/iztapalapa/include/getdoc.php?id=112&article=106&mode=pdf>
- Iglesias, S. (1972). *Cuadernos 2. Jean Piaget: epistemología matemática y psicología*. México: Facultad de filosofía, letras y psicología. Universidad Autónoma de Nuevo León.
- Instituto Nacional para la Evaluación Educativa (2008). *El aprendizaje en tercero de preescolar en México. Lenguaje y comunicación. Pensamiento matemático*. México: autor.
- López Esteban C. (s.f.). *Desarrollo del pensamiento matemático y su didáctica I*. consultado en:
- Nunés T. y Bryant P. (2003). *Las matemáticas y su aplicación: la perspectiva del niño*. México: Siglo XXI Editores.
- Programa de Secretaría de Educación Pública (1972). *Educación Primaria. Plan de Estudios y Programas*. México: Autor.
- Secretaría de Educación Pública (2011). *Acuerdo 592 por el que se establece la Articulación de la Educación Básica*. México: Autor.
- Secretaría de Educación Pública (2011). *Plan de Estudios 2011. Educación Básica*. México: autor.
- Secretaría de Educación Pública (2011). *Programa de Estudios 2011. Guía para la Educadora. Educación Básica. Preescolar*. México: autor.
- Vera F. (Sin año). *Repositorio. Educación*. Consultado en: http://repositorio.educacion.gov.ar/dspace/bitstream/handle/123456789/99251/Monitor_11711.pdf?sequence=1
- Vergnaud G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Editorial Trillas.